

Signe du trinôme $ax^2 + bx + c$

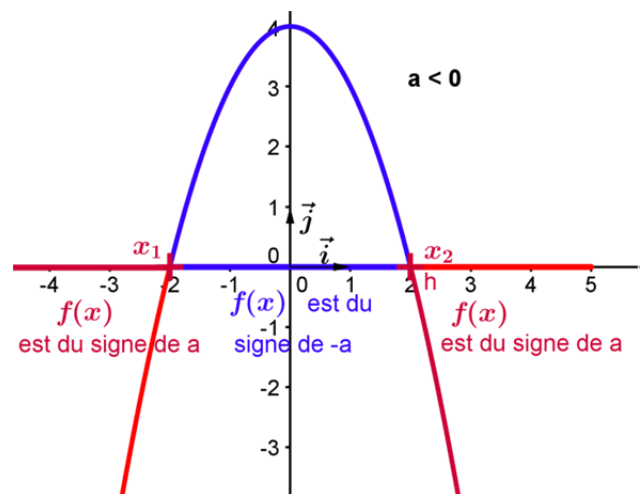
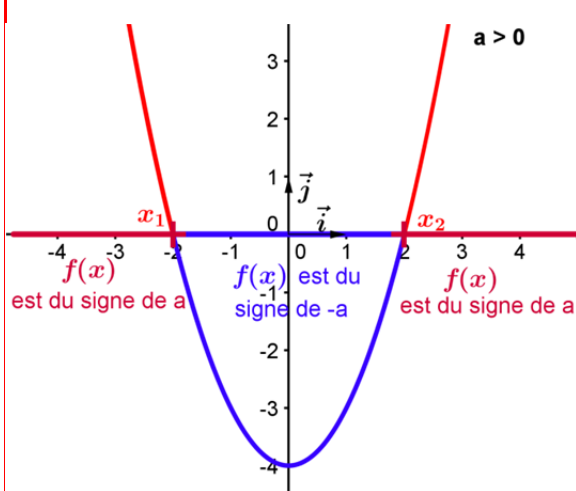
Soit $ax^2 + bx + c$ un polynôme du second degré ($a \neq 0$) et $\Delta = b^2 - 4ac$ son discriminant.

L'existence de solutions pour l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ du polynôme dépend du signe de Δ .

1) Si $\Delta > 0$

Dans ce cas, l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet deux solutions x_1 et x_2 distinctes dans \mathbb{R} . On obtient le tableau de signe :

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
$f(x)$	signe de a	0	signe de $-a$	0
				signe de a



Exemples : Etudier le signe des trinômes suivants :

$$f(x) = -x^2 + x + 2 \text{ et } g(x) = 2x^2 + x - 1 ;$$

• Pour f : $\Delta = 1^2 - 4 \times (-1) \times 2$

$$\Delta = 9$$

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{9}}{-2} = \frac{-1 + 3}{-2} = -1 \text{ et } x_2 = \frac{-1 - \sqrt{9}}{-2} = \frac{-1 - 3}{-2} = 2$$

$a = -1$ donc $a < 0$ On obtient donc , le tableau de signe :

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

$-x^2 + x + 2 \leq 0$ sur $] -\infty ; -1] \cup [2 ; +\infty [$ et $-x^2 + x + 2 \geq 0$ sur $[-1 ; 2]$

• Pour g : $\Delta = 1^2 - 4 \times 2 \times (-1)$

$$\Delta = 9 \quad x_1 = \frac{-1 + \sqrt{9}}{4} = \frac{-1 + 3}{4} = \frac{1}{2} \text{ et } x_2 = \frac{-1 - \sqrt{9}}{4} = \frac{-1 - 3}{4} = -1$$

$a = 2$ donc $a > 0$ On obtient donc , le tableau de signe :

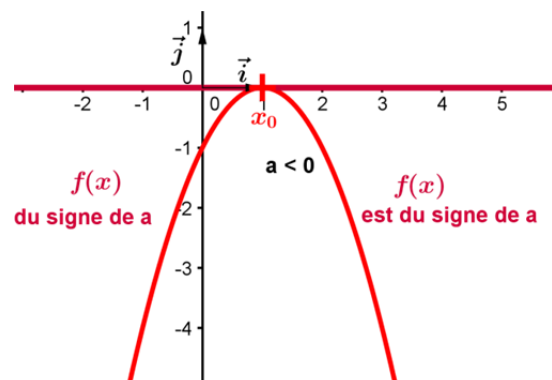
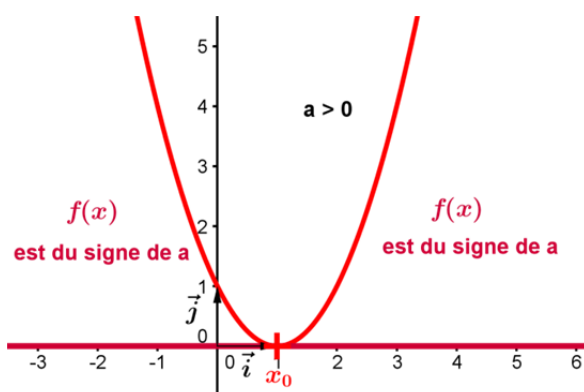
x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

$2x^2 + x - 1 \leq 0$ sur $[-1 ; \frac{1}{2}]$ et $2x^2 + x - 1 \geq 0$ sur $] -\infty ; -1] \cup [\frac{1}{2} ; +\infty [$

2) Si $\Delta = 0$

Dans ce cas , l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet **une solutions** x_0 dans \mathbf{R} .
On obtient le tableau de signe :

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$f(x)$	signe de a		signe de a



Exemples : Etudier le signe des trinômes suivants :

$$f(x) = 4x^2 - 12x + 9 \text{ et } g(x) = -4x^2 + 20x - 25 ;$$

• **Pour f :** $\Delta = (-12)^2 - 4 \times 4 \times 9$

$$\Delta = 0 \quad x_1 = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

$a = 4$ donc $a > 0$ On obtient donc, le tableau de signe :

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	+	0	+

$$4x^2 - 12x + 9 \geq 0 \text{ sur } \mathbb{R}$$

• **Pour g :** $\Delta = 20^2 - 4 \times (-4) \times (-25)$

$$\Delta = 0 \quad x_1 = \frac{-20}{-8} = \frac{5}{2}$$

$a = -4$ donc $a < 0$ On obtient donc, le tableau de signe :

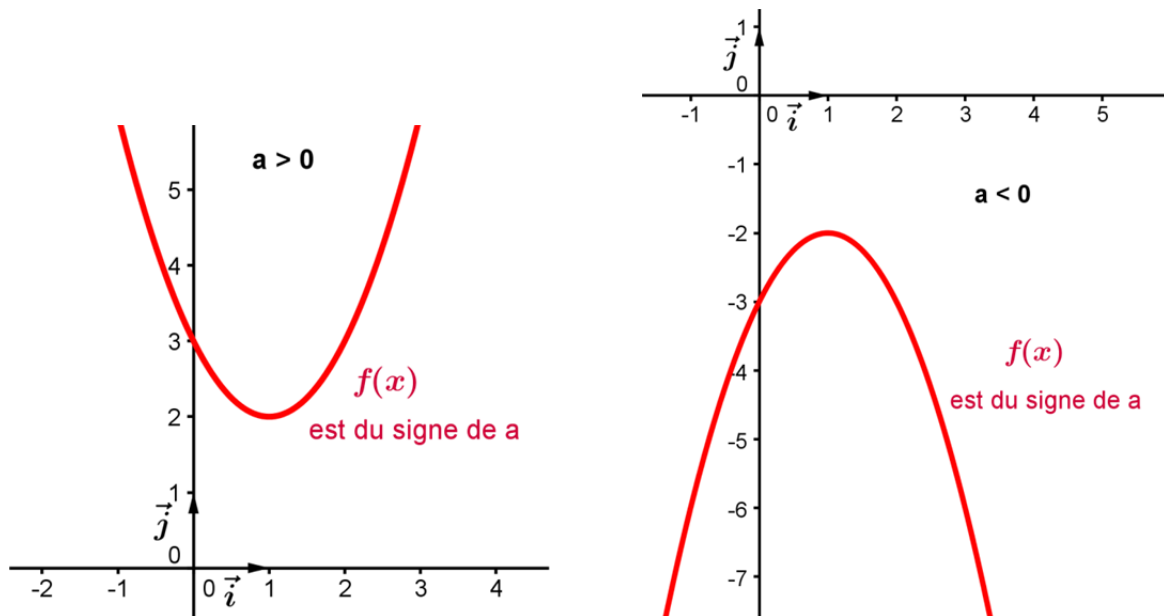
x	$-\infty$	$\frac{5}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	-	0	-

$$-4x^2 + 20x - 25 \leq 0 \text{ sur } \mathbb{R}$$

2) Si $\Delta < 0$

Dans ce cas , l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ n'admet pas de solution dans \mathbb{R} . On obtient le tableau de signe :

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	signe de a	



Exemples : Etudier le signe des trinômes suivants :

$$f(x) = x^2 + x + 9 \text{ et } g(x) = -4x^2 + 2x - 8 ;$$

Réponse :

- Pour f : $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times 9$
 $\Delta = -35$

L'équation n'a donc pas de solution.

$a = 1$ donc $a > 0$ On obtient donc, le tableau de signe :

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	+	

$x^2 + x + 9 > 0$ sur \mathbb{R}

- Pour g : $\Delta = 2^2 - 4 \times (-4) \times (-8)$
 $\Delta = -124$ L'équation n'a pas de solution.

$a = -4$ donc $a < 0$ On obtient donc, le tableau de signe :

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	-	

$-4x^2 + 2x - 8 < 0$ sur \mathbb{R}