

Tableau des primitives

I) Primitives des fonctions usuelles :

Soit C un réel quelconque.

Fonction f	Sur l'intervalle :	Primitives F
k	\mathbb{R}	$kx + C$
x	\mathbb{R}	$\frac{1}{2}x^2 + C$
x^n ($n \geq 1$)	\mathbb{R}	$\frac{1}{n+1}x^{n+1} + C$
$\frac{1}{x^2}$	$] -\infty ; 0 [$ ou $] 0 ; +\infty [$	$-\frac{1}{x} + C$
$\frac{1}{x^n}$ ($n \geq 2$)	$] -\infty ; 0 [$ ou $] 0 ; +\infty [$	$-\frac{1}{(n-1)x^{n-1}} + C$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$] 0 ; +\infty [$	$2\sqrt{x} + C$
$\frac{1}{x}$	$] 0 ; +\infty [$	$\ln(x) + C$
$\sin(x)$	\mathbb{R}	$-\cos(x) + C$
$\cos(x)$	\mathbb{R}	$\sin(x) + C$
e^x	\mathbb{R}	$e^x + C$

II) Primitives et composées de fonctions

Soit u et v des fonctions définies et dérivables respectivement sur les intervalles I et J .
Notons U et V leurs primitives respectives.

Fonction f	Condition sur u	Primitives de f sur I
$u + v$	$I \cap J$	$U + V$
ku	I	kU
$u'u^n$ ($n \in \mathbb{N}^*$)	I	$\frac{1}{n+1}u^{n+1} + C$
$\frac{u'}{u^2}$	$u(x) \neq 0$	$-\frac{1}{u} + C$
$\frac{u'}{u^n}$ ($n \in \mathbb{N}^*$ et $n \neq 1$)	$u(x) \neq 0$	$-\frac{1}{(n-1)u^{n-1}} + C$
$\frac{u'}{\sqrt{u}}$	$u(x) > 0$	$2\sqrt{u} + C$
$\frac{u'}{u}$	$u(x) > 0$	$\ln(u) + C$
$u'e^u$	I	$e^u + C$

Exemples :

Pour chaque fonction f , déterminer ses primitives et en déduire une primitive sur l'intervalle I .

a) $f(x) = x^2(x^3 - 1)^5$; $I = \mathbb{R}$; b) $f(x) = \frac{3x}{\sqrt{x^2-1}}$; $I =]1; +\infty[$.

c) $f(x) = \frac{x}{x^2-4}$; $I =]2; +\infty[$; d) $f(x) = \frac{-1}{x^2} e^{\frac{1}{x}}$; $I =]0; +\infty[$.

Réponses :

a) $f(x) = x^2(x^3 - 1)^5$ en utilisant la formule $u'u^n$ avec $u(x) = x^3 - 1$ et $u'(x) = 3x^2$ on obtient :

$$f(x) = \frac{3x^2(x^3-1)^5}{3} + C$$

$$F(x) = \frac{1}{3 \times 6} (x^3 - 1)^6 + C \quad F(x) = \frac{1}{18} (x^3 - 1)^6 + C$$

b) $f(x) = \frac{3x}{\sqrt{x^2-1}}$ en utilisant la formule $\frac{u'}{\sqrt{u}}$ avec $u(x) = x^2 - 1$ $f(x) = \frac{3}{2} \times \frac{2x}{\sqrt{x^2-1}}$ on obtient :

$$F(x) = \frac{3}{2} \times 2\sqrt{x^2-1} + C \quad F(x) = 3\sqrt{x^2-1} + C$$

c) $f(x) = \frac{x}{x^2-4}$ en utilisant la formule $\frac{u'}{u}$ avec $u(x) = x^2 - 4$ et $u'(x) = 2x$

$f(x) = \frac{1}{2} \frac{2x}{x^2-4}$ on obtient :

$$F(x) = \frac{1}{2} \ln(x^2 - 4) + C$$

d) $f(x) = -\frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}}$ en utilisant la formule $u'e^u$ avec $u(x) = \frac{1}{x}$ et $u'(x) = -\frac{1}{x^2}$ on obtient :

$$F(x) = e^{\frac{1}{x}} + C$$