

Proportionnalité

I) Définition :

Deux grandeurs sont proportionnelles si les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre. Ce nombre est appelé **coefficient de proportionnalité**

II) Méthodes : Comment reconnaître une situation de proportionnalité

Pour reconnaître une situation de proportionnalité, on peut construire un tableau, où chaque ligne représente une quantité et montrer que ce tableau est bien un tableau de proportionnalité.

1) Rappel :

En utilisant le coefficient de proportionnalité	En utilisant les colonnes	En utilisant le produit en croix																												
<p>Exemple 1 :</p> <table border="1"><tr><td>Masse d'oranges en kg</td><td>3</td><td>5</td></tr><tr><td>Prix payé en euros</td><td>2,7</td><td>4,5</td></tr></table> <p>$\frac{2,70}{3} = 0,9$ et $\frac{4,50}{5} = 0,9$ $\frac{2,70}{3} = \frac{4,50}{5} = 0,9$</p> <p>La masse d'oranges et le prix payé sont bien proportionnels.</p>	Masse d'oranges en kg	3	5	Prix payé en euros	2,7	4,5	<p>Exemple 2 :</p> <table border="1"><tr><td></td><td>$\times 2$</td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>Nombre de tours de piste</td><td>3</td><td>6</td></tr><tr><td>Temps en min</td><td>8</td><td>16</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td>$\times 2$</td><td></td></tr></table> <p>$3 \times 2 = 6$ et $8 \times 2 = 16$ Si on parcourt une distance deux fois plus grande, on mettra 2 fois plus de temps pour la parcourir.</p> <p>Le nombre de tours de pistes et le temps mis pour les effectuer sont proportionnels.</p>		$\times 2$					Nombre de tours de piste	3	6	Temps en min	8	16					$\times 2$		<p>Exemple 3 : Le tableau ci-dessous est-il un tableau de proportionnalité ?</p> <table border="1"><tr><td>7</td><td>14,7</td></tr><tr><td>9</td><td>18,9</td></tr></table> <p>Les produits en croix nous donnent :</p> <p>$7 \times 18,9 = 132,3$ $9 \times 14,7 = 132,3$</p> <p>On a donc $7 \times 18,9 = 9 \times 14,7$. Les produits en croix sont bien égaux.</p> <p>Le tableau ci-dessus est bien un tableau de proportionnalité</p>	7	14,7	9	18,9
Masse d'oranges en kg	3	5																												
Prix payé en euros	2,7	4,5																												
	$\times 2$																													
Nombre de tours de piste	3	6																												
Temps en min	8	16																												
	$\times 2$																													
7	14,7																													
9	18,9																													

2) Reconnaître graphiquement une situation de proportionnalité

Lorsque l'on représente graphiquement une situation de proportionnalité on remarque que **les points sont alignés avec l'origine du repère.**

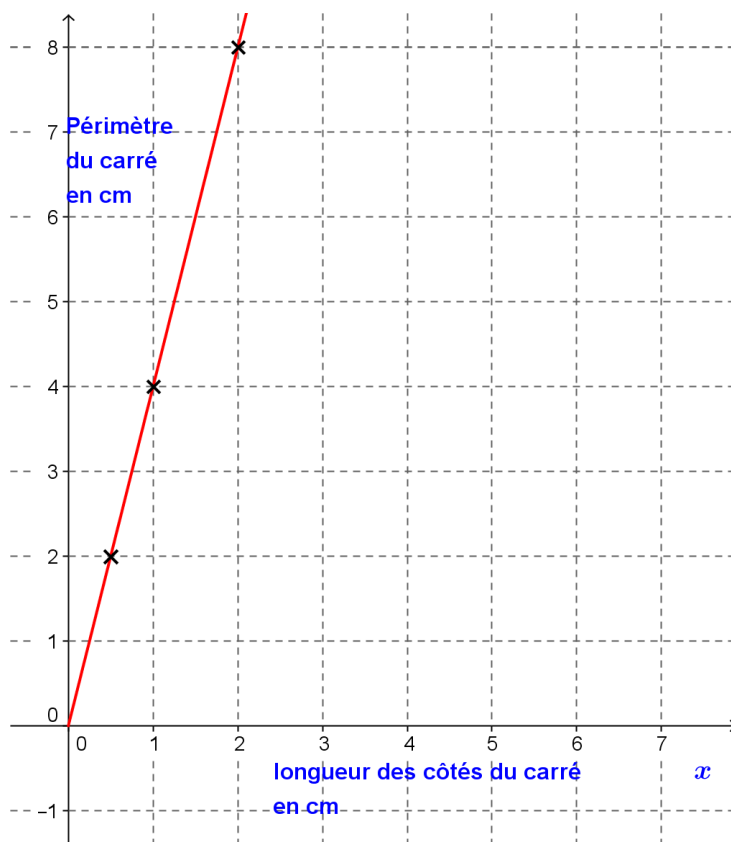
Exemple 1 : Voici un tableau représentant le périmètre d'un carré en fonction de la longueur de ses côtés.

Longueur des côtés d'un carré	0,5	1	2
Périmètre de ce carré	2	4	8

La représentation graphique de ce tableau, qui représente le périmètre du carré **en fonction de** la longueur de ses côtés est :

Les points sont alignés avec l'origine O du repère.

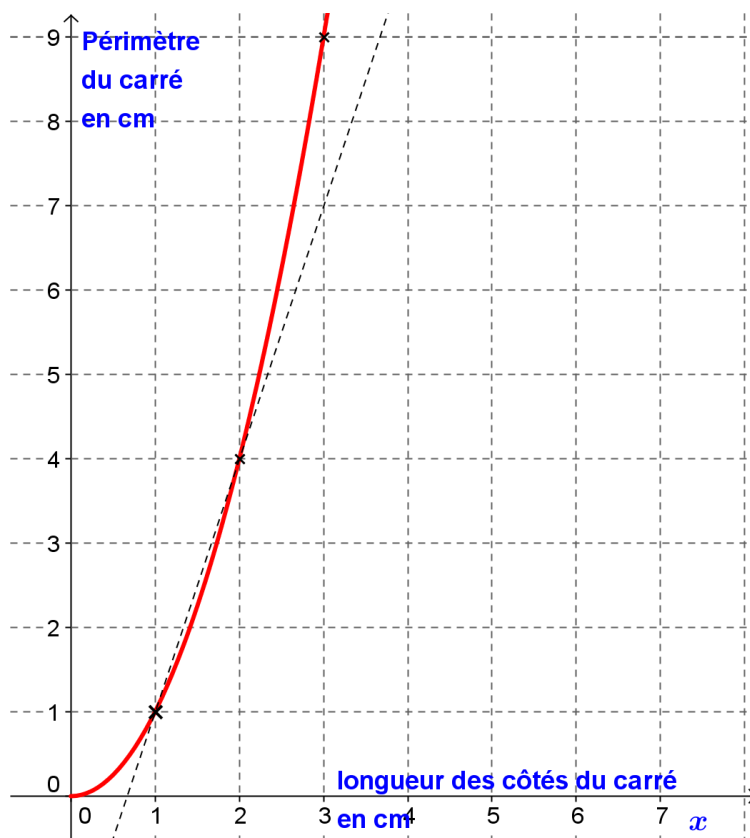
Ce qui permet aussi de prouver que le périmètre d'un carré est proportionnel à la longueur de ses côtés.



Exemple 2 : Voici un tableau représentant l'aire d'un carré **en fonction de** la longueur de ses côtés.

Longueur des côtés d'un carré	1	2	3
Aire de ce carré	1	4	9

Les points ne sont pas alignés avec l'origine O du repère. Ce qui permet de prouver que l'aire d'un carré n'est pas proportionnelle à la longueur de ses côtés.



III) Compléter un tableau de proportionnalité.

En utilisant le coefficient de proportionnalité	En utilisant les colonnes	En utilisant le produit en croix																																		
<p>Exemple 1 :</p> $9 \div 5 = 1,8$ <p>Le coefficient de proportionnalité est 1,8</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr><td>5</td><td>1,5</td></tr> <tr><td>9</td><td></td></tr> </table> <p style="text-align: right; margin-right: 20px;">$\times 1,8$</p> <p>Donc $x = 1,8 \times 1,5 = 2,7$</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr><td>5</td><td>1,5</td></tr> <tr><td>9</td><td>2,7</td></tr> </table> <p style="text-align: right; margin-right: 20px;">$\times 1,8$</p>	5	1,5	9		5	1,5	9	2,7	<p>Exemple 2 : On veut compléter le tableau ci-dessous :</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr><td>5</td><td>1,5</td><td>6,5</td></tr> <tr><td>9</td><td></td><td></td></tr> </table> <p>• Pour passer d'une colonne à une autre, on multiplie les deux lignes d'une même colonne par un même nombre :</p> <p style="text-align: center;">$\times 0,3$</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr><td>5</td><td>1,5</td><td>6,5</td></tr> <tr><td>9</td><td>2,7</td><td></td></tr> </table> <p style="text-align: center;">$\times 0,3$</p> <p>• Pour la troisième colonne :</p> <p>Propriété : On peut additionner deux colonnes du tableau pour obtenir le résultat d'une troisième colonne :</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr><td>5</td><td>1,5</td><td>6,5</td></tr> <tr><td>9</td><td>2,7</td><td>11,7</td></tr> </table> <p style="margin-left: 20px;">$5 + 1,5 = 6,5$</p> <p style="margin-left: 20px;">$9 + 2,7 = 11,7$</p>	5	1,5	6,5	9			5	1,5	6,5	9	2,7		5	1,5	6,5	9	2,7	11,7	<p>Exemple 3 :</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr><td>5</td><td>1,5</td></tr> <tr><td>9</td><td>x</td></tr> </table> <p>Comme $5x = 1,5 \times 9$ alors :</p> $x = \frac{9 \times 1,5}{5} = \frac{13,5}{5}$ <p>x = 2,7</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr><td>5</td><td>1,5</td></tr> <tr><td>9</td><td>2,7</td></tr> </table>	5	1,5	9	x	5	1,5	9	2,7
5	1,5																																			
9																																				
5	1,5																																			
9	2,7																																			
5	1,5	6,5																																		
9																																				
5	1,5	6,5																																		
9	2,7																																			
5	1,5	6,5																																		
9	2,7	11,7																																		
5	1,5																																			
9	x																																			
5	1,5																																			
9	2,7																																			

IV) Notion de ratios

1) Définition

On dit que deux nombres a et b sont dans le ratio $2 : 3$ si $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$

On dit que deux nombres a , b et c sont dans le ratio $2 : 3 : 7$ si $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{7}$

2) Exemples

Exemple 1 : Quel est le ratio des étoiles par rapport au cœur



Le ratio est $\frac{4}{3}$

Exemple 2 : Elia et Jeanne achète un billet de Loto qui coûte 2,50 €. Elia met 1,50 € et Jeanne 1€.

Elles gagnent 10 000 € et décident de se partager l'argent proportionnellement à leur mise de départ. Quel est le gain d'Elia ? Quel est le gain de Jeanne ?

Si une des deux filles avait acheté seule son billet elle aurait gagné 10 000 €

(Gain Elia ; Gain Jeanne ; Gain totale) sont dans le ratio (1,50 ; 1 ; 2,50)

$$\frac{\text{Gain Elia}}{1,50} = \frac{\text{Gain Jeanne}}{1} = \frac{10\,000}{2,50}$$

$$\text{Gain Elia} = \frac{1,50 \times 10\,000}{2,50} = 6\,000$$

$$\text{Gain Jeanne} = \frac{1 \times 10\,000}{2,50} = 4\,000$$

Elia a gagné 6 000 € et Jeanne 4 000€