

Réciproque du théorème de Pythagore. Contraposée du théorème de Pythagore

I) La réciproque du théorème de Pythagore

1) Réciproque du théorème :

Si, dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés alors ce triangle est rectangle

Exemple :

Si un triangle ABC est tel que $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors il est rectangle en A.

Remarque 1 : Attention ! L'égalité doit être prouver (voir 2) Application et méthode)

Remarque 2 : La réciproque du théorème sert, lorsque nous connaissons les trois longueurs du triangle, à prouver qu'il est rectangle.

2) Application et méthode :

Exemple : Soit le triangle ABC tel que : $AB = 4,5$ cm ; $BC = 6$ cm et $AC = 7,5$ cm
Montrer que ce triangle est rectangle :

- On calcule le carré de la longueur du plus grand côté : $AC^2 = 7,5^2 = 56,25$
- On calcule la somme des longueurs des carrés des deux autres côtés :
 $AB^2 + BC^2 = 4,5^2 + 6^2 = 20,25 + 36 = 56,25$
- On compare : $AC^2 = AB^2 + BC^2$
- Conclusion : le triangle ABC est donc rectangle en B, d'après la réciproque du théorème de Pythagore.

II) Prouver qu'un triangle n'est pas rectangle (contraposée du théorème de Pythagore)

1) Application et méthode :

Exemple : Soit ABC un triangle tel que $AB = 4$ cm $AC = 5$ cm et $BC = 6$ cm

- On calcule le carré de la longueur du plus grand côté : $BC^2 = 6^2 = 36$
- On calcule la somme des longueurs des carrés des deux autres côtés :
 $AB^2 + AC^2 = 4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$
- On compare : $36 \neq 41$ alors $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$
- Conclusion : Le triangle ABC n'est pas rectangle car s'il était rectangle on aurait eu l'égalité $BC^2 = AB^2 + AC^2$, ce qui n'est pas le cas.

Dans ce cas, ce n'est pas la réciproque du théorème de Pythagore mais la contraposée du théorème.

III) Récapitulatif :

Comment prouver qu'un triangle est rectangle ou non

- 1) On calcule le carré du plus grand côté
- 2) On calcule **séparément** la somme des carrés des deux autres côtés
- 3) On compare

Si les résultats sont égaux alors le triangle est rectangle d'après la **réciproque du théorème de Pythagore**

Si les résultats ne sont pas égaux alors **le triangle n'est pas rectangle**
Dans ce cas ce n'est pas la réciproque du théorème de Pythagore mais la **contraposée du théorème.**