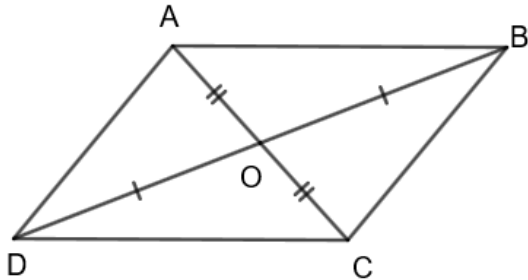


Parallélogrammes

I) Définition

Un parallélogramme est un quadrilatère qui possède un centre de symétrie : Le point d'intersection de ses diagonales.

Exemple :



O est le centre de symétrie du parallélogramme ABCD.
L'image de A par la symétrie de centre O est le point C.
L'image de B par la symétrie de centre O est le point D.

II) propriétés du parallélogramme

1) Propriété 1 : côtés opposés

Les côtés opposés du parallélogramme sont parallèles.

Démonstration (à savoir) :

ABCD est un parallélogramme de centre O.
Le symétrique de A par rapport à O est le point C.
Le symétrique de B par rapport à O est le point D.

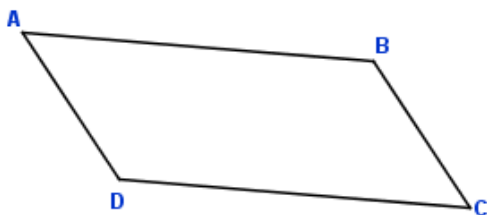
Par conséquent :

(DC) est le symétrique de (AB) par rapport au point O et
(AD) est le symétrique de (BC) par rapport au point O.

Or, Le symétrique d'une droite par rapport à un point est une droite qui lui est parallèle.

Donc : $(AB) // (DC)$ et $(AD) // (BC)$
Les côtés opposés sont donc parallèles.

Exemple :



ABCD est un parallélogramme :
 $(AB) // (DC)$ et $(BC) // (AD)$

2) Propriété 2 : longueur des côtés opposés

Les côtés opposés du parallélogramme ont la même longueur.

Démonstration (à savoir) :

ABCD est un parallélogramme de centre O.

Le symétrique de A par rapport à O est le point C.

Le symétrique de B par rapport à O est le point D.

Par conséquent :

[DC] est le symétrique de [AB] par rapport au point O, et

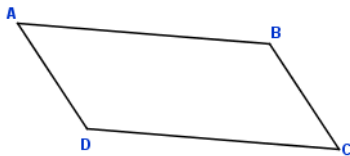
[AD] est le symétrique [BC] par rapport au point O.

Or, Le symétrique d'un segment par rapport à un point est un segment de même longueur.

Donc : $AB = DC$ et $BC = AD$

Les côtés opposés ont la même longueur.

Exemple :



ABCD est un parallélogramme :

$AB = DC$ et $BC = AD$

3) Propriété 3 : les diagonales

Les diagonales du parallélogramme se coupent en leur milieu.

Démonstration (à savoir) :

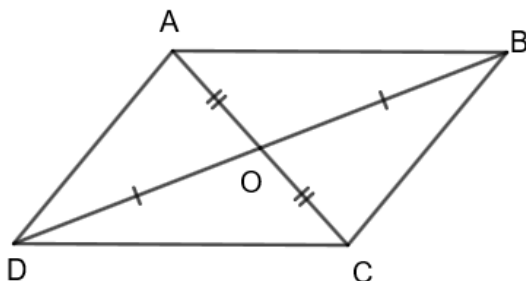
ABCD est un parallélogramme de centre O.

Le symétrique de A par rapport à O est le point C donc O est le milieu de [AC]

Le symétrique de B par rapport à O est le point D donc O est le milieu de [BD].

Les diagonales [AC] et [BD] ont le même milieu : le point O.

Exemple :

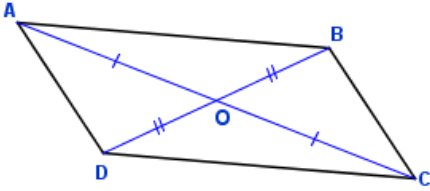
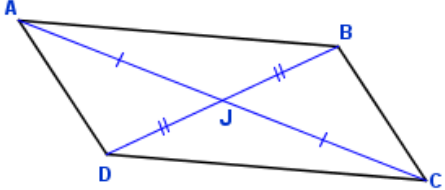
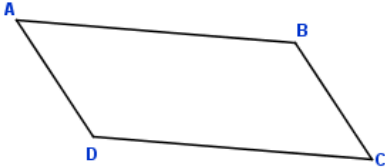
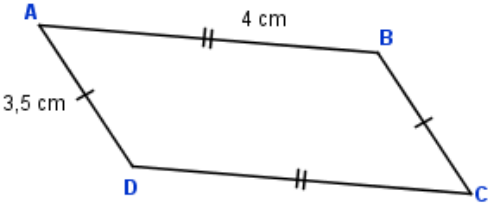



ABCD est un parallélogramme :

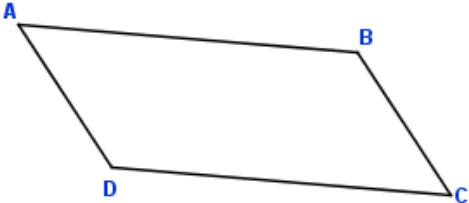
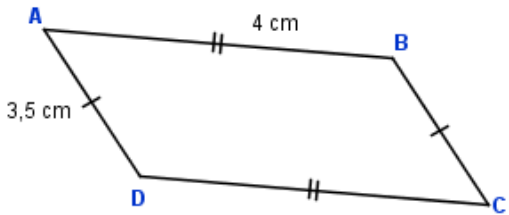
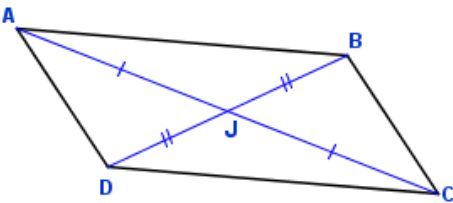
O est le milieu de [BD] et

O est le milieu de [AC]

III) Récapitulatif : ce que je dois savoir sur le parallélogramme :

| | | |
|---|---|--|
| <p>Centre de symétrie</p> | <p>Un parallélogramme a un centre de symétrie : le point d'intersection de ses diagonales.</p> |  <p>Le point O est le centre de symétrie du parallélogramme</p> |
| <p>Propriétés des diagonales</p> | <p>Un parallélogramme a ses diagonales de même milieu</p> |  <p>Le point J est le point d'intersection des diagonales du parallélogramme ABCD J est donc le milieu des diagonales [AC] et [BD]</p> |
| <p>Parallélisme</p> | <p>Un parallélogramme a ses côtés opposés parallèles.</p> |  <p>$(AB) // (DC)$ et $(AD) // (BC)$</p> |
| <p>Propriété des côtés</p> | <p>Un parallélogramme a ses côtés opposés ont la même longueur.</p> |  <p>ABCD est un parallélogramme alors : $AB = CD = 4 \text{ cm}$ et $AD = BC = 3,5 \text{ cm}$</p> |
| <p>Propriété des angles</p> | <p>Un parallélogramme a ses angles opposés de même mesure et ses angles consécutifs supplémentaires</p> |  <p>ABCD est un parallélogramme alors : $\widehat{ADC} = \widehat{ABC} = 130^\circ$ et $\widehat{BCD} = \widehat{BAD} = 50^\circ$ \widehat{BAD} et \widehat{ABC} sont supplémentaires: $130 + 50 = 180$</p> |

IV) Propriétés réciproques

| | Propriété | Exemple |
|---|--|--|
| A partir de la définition | Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles, alors c'est un parallélogramme. | <p>Les droites (AB) et (CD) sont parallèles. Les droites (AD) et (BC) sont parallèles. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?</p>  <p>On sait que : $(AB) \parallel (CD)$; $(AD) \parallel (BC)$</p> <p>Les côtés opposés du quadrilatère ABCD sont parallèles alors ABCD est un parallélogramme.</p> |
| A partir de la longueur des côtés opposés | Si un quadrilatère a les côtés opposés de même longueur, alors c'est un parallélogramme. | <p>Dans la figure ci-dessous, $AB = 4 \text{ cm}$ et $AD = 3,5 \text{ cm}$. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifier la réponse.</p>  <p>On sait que : $AB = CD = 4 \text{ cm}$ et $AD = BC = 3,5 \text{ cm}$</p> <p>Les côtés opposés du quadrilatère ABCD ont la même longueur alors ABCD est un parallélogramme.</p> |
| A partir des diagonales | Si un quadrilatère a les diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme. | <p>Quelle est la nature du quadrilatère ABCD tracé ci-dessous ? Justifier la réponse.</p>  <p>On sait d'après le codage la figure que : J est le milieu des diagonales [AC] et [BD]</p> <p>Les diagonales du quadrilatère ABCD ont le même milieu : le point J alors ABCD est un parallélogramme.</p> |