

Probabilités des événements

I) Notion d'événement

1) Définition

Soit une expérience aléatoire d'univers E.

Un événement est une partie (ou sous ensemble) de E .

Exemples :

1) Lorsqu'on lance un dé cubique dont les faces sont numérotées de 1 à 6, on obtient un univers $E = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$. On peut considérer, par exemple, les événements :

A : la face visible est un chiffre pair donc $A = \{ 2, 4, 6 \}$

B : la face visible est un multiple de 3 donc $B = \{ 3, 6 \}$

C = $\{ 1, 6 \}$

D = $\{ 4 \}$

2) Lorsqu'on extrait une carte d'un jeu de 32 cartes, on obtient un univers contenant 32 issues. On peut considérer, par exemple, les événements :

R : la carte extraite est une carte rouge R contient 16 issues (carreaux et coeurs)

T : la carte extraite est un pique T contient 8 issues.

F : la carte extraite est une figure F contient 12 issues (Rois, Dames, Valets)

2) Vocabulaire

- **Dire que l'événement A est réalisé signifie que l'issue obtenue est un élément de A.**
- **\emptyset est appelé événement impossible : aucune issue ne le réalise.**
- **E est appelé événement certain : toutes les issues le réalisent.**

Exemples :

1) Dans le cas du dé :

L'événement « la face visible porte le chiffre 8 » est l'événement impossible : \emptyset

L'événement « la face visible porte un chiffre inférieur ou égal à 6 » est l'événement certain.

2) Dans le cas du tirage d'une carte :

l'événement « la carte extraite est un joker » est l'événement impossible dans ce cas car il n'y a pas de joker dans un jeu de 32 cartes.

II) Probabilité d'un événement

1) Définition

Une loi de probabilité est définie sur un ensemble E.

Soit A un événement de E. La probabilité de A est la somme des probabilités des issues appartenant à A. On la note $p(A)$.

Exemples :

a) Dans le cas du lancer de dé, si le dé n'est pas truqué, chaque issue a pour probabilité $\frac{1}{6}$. Ainsi :

L'événement A : « la face visible est un chiffre pair » a pour probabilité $p(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

L'événement B : « la face visible est un multiple de 3 » a pour probabilité $p(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

b) Dans le cas du tirage d'une carte dans un jeu de 32 cartes chaque issue a pour probabilité $\frac{1}{32}$. Ainsi :

L'événement R : « la carte extraite est rouge » a pour probabilité $p(R) = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$

L'événement F : « la carte extraite est une figure » a pour probabilité $p(F) = \frac{12}{32} = \frac{3}{8}$

2) Conséquences

- **Aucune issue ne réalise l'événement impossible $p(\emptyset) = 0$**
- **Toutes les issues réalisent l'événement certain E $p(E) = 1$**
- **Pour tout événement A on a $0 \leq p(A) \leq 1$**

Exemple :

Dans un sac on a placé 5 boules jaunes numérotées de 1 à 5 et 2 boules vertes numérotées 1 et 2. Toutes les boules sont indiscernables au toucher. On extrait une boule du sac. On considère les événements :

A : « la boule extraite porte un numéro inférieur ou égal à 8 »

B : « la boule extraite est rouge »

Il est clair que A est l'événement certain donc $p(A) = 1$ et que B est l'événement impossible $p(B) = 0$

3) Propriété

Dans le cas d'une loi équirépartie sur un univers E, la probabilité d'un événement A est donnée par :

$$P(A) = \frac{\text{nombre d'éléments dans A}}{\text{nombre d'éléments dans E}}$$

Remarque : c'est ce qui s'applique dans les 2 exemples précédents.